

# 美国纽约 CCSSM 背景下小学数学教学设计的特点与启示\*

沈 威 卢建川 曹广福

**摘要:**2010年6月,CCSSO与NGA共同发布美国《州共同核心数学标准》。目前,全美各州教育委员会都以CCSSM作为标准依据开发相应的数学教学材料指导一线的数学教学。纽约教育委员会发布的小学数学教学设计具有以下特点:严格以CCSSM为标准开发教学设计;教学过程结构化;教学过程活动化;教学过程数学化;数学知识应用化;教师主导教学过程;重视学生数学实践经历的表征。这些特点能为我国正在进行的数学教育改革提供有益的借鉴。

**关键词:**纽约;CCSSM;小学数学教学设计

**作者简介:**沈 威 / 惠州学院数学系讲师,广州大学数学与信息科学学院博士研究生(惠州 516007)

卢建川 / 广州大学数学与信息科学学院副教授(广州 510006)

曹广福 / 广州大学数学与信息科学学院院长,教授,博士生导师(广州 510006)

美国《州共同核心数学标准》(Common Core State Standards for Mathematics,简称CCSSM)<sup>[1]</sup>由全美州长协会最佳实践中心(the National Governors Association Center for Best Practices,简称NGA Center)与重点州学校管理委员会(The Council of Chief State School Officers,简称CCSSO)于2010年6月2日共同发布,CCSSM是由全美各州州长协会领导制定的数学课程标准,全美50个州中的49个州同意推广CCSSM,因此CCSSM在全美得到了最好的实施。<sup>[2][3][4]</sup>目前,全美各州教育委员会都以CCSSM作为标准依据开发相应的数学教学材料指导一线的数学教学。研究美国州一级基于CCSSM开发的数学教学指导材料的内涵及其实质,不但能透视美国数学课堂教学的真实图景,还能比较准确地把握美国数学教育改革的深入程度。本文以纽约教育委员会发布的指导小学二年级模块1及其第一节课《10的组合》的教学设计案例为对象,<sup>[5]</sup>介绍纽约教育委员会基于CCSSM开发的小

学数学教学设计的特点。以期为我国正在进行的数学教育改革提供有益帮助。

## 一、纽约小学数学教学设计的特色概述

### 1、严格以CCSSM为标准开发教学设计

纽约教育委员会发布的教学设计案例,均严格以CCSSM标准为指导,在每个模块的第一部分明确该模块目标,并把这些目标具体化。例如,二年级的模块1属于运算和代数思维领域,从课程内容所处地位看,是对1年级运算和代数思维领域基础的扩展和延伸,也是作为二年级进一步深入学习的基础。具体目标是2.OA.1, 2.OA.2,<sup>[1]</sup>2.OA.1的具体内容为:使用100以内的加减法解决涉及背景为增加、减少、整合、分开、比较等一步和两步的文字题;2.OA.2的具体内容为:流畅地使用20以内加减法的心理策略。在标准的基础上,教学设计者期望通过模块1的课程教学,实现数学上的目标和课堂上的目标。数学上的目标为:作为流畅计算20以内和与差的开始,以前一

\* 本文为2012年度教育部人文社会科学研究规划基金项目“21世纪国外中小学数学课程的最新进展”(课题编号:12YJA880074)的部分研究成果。

年级的背景建立流畅的基础/规则,建立应用与程序性技能/流畅性的联系,把加法和减法建立联系并把它们视为有关联的思想,涉及具体的数量和抽象符号。课堂上的目标为:使用多个具体表示形式和直观模型使数学明确,可导致相关的讨论(超过10的加法),促进学生分享他们思维发展和概念理解(学生汇报),教师通过正式或非正式机会检查学生的理解。

纽约教育委员会依据 CCSSM 标准把教学设计的宏观目标内涵进一步细化,从中观层面寻求学生数学上的发展并通过课堂教学来彰显。中观层面对宏观标准的解读和诠释,要求学生在数学上掌握的知识和能力能够反映宏观标准。中观对宏观的准确诠释是数学教学有效实施的前提保证,也是对微观教学细节进一步展开的有效指导。从微观上看,教学过程以学生已经具备的数学知识和能力为基础,以教师主导为驱动力,以数学知识为主线,以能力发展为目标,以活动为催化剂,以学生合作互助为促进手段,有效诠释中观对微观教学的要求。例如在《10的组合》中,教师主导教学过程,以“快乐数数”的数学活动引导学生复习并扩展对10以内自然数的认识,随后教师主导学生“把10分成两部分”的数学活动,从集合的视角进一步认识整体与部分之间的关系,在活动中不但有教师的主导,还有学生之间的合作与互助,以此促进学生对“10的组合”的感性理解和直观把握。从整节课的发展情况来看,微观的教学设计诠释了中观的教学要求,并一同以 CCSSM 为标准。

## 2、教学过程结构化

纽约教育委员会发布的教学设计每节课都以“课程结构建议”开始,整个教学过程被分为“流畅的实践”、“概念发展”、“应用问题”和“学生汇报”四个子过程,并给出四个子过程的建议授课时间。例如“流畅的实践”为19分钟,“概念发展”为16分钟,“应用问题”为15分钟,“学生汇报”为10分钟,整个过程共60分钟。这四个过程的顺序不变,每节课都是如此,每个子过程的时间因教学内容和学生学习情况作弹性改变。若某个子过程的内涵较为丰富,内容量较多,还需要对子过程进一步结构化,把子过程再次划分为二级子过程,例如在《10的组合》中,作为第一个子过程的“流畅实践”就被细化为三个二级子过程:“快乐数

数”、“把10分为两部分”和“冲刺”。

纽约教学设计的教学过程结构化与我国的数学教学过程基本相似,我国的数学教学过程一般可以划分为“复习引入”、“概念生成”、“例题讲解”、“习题巩固”和“总结”五个过程。从认知心理学的角度看,这是符合学生数学学习心理规律的。认知心理学强调学生的数学知识基础和能力基础,因此每节课首先引导学生回忆并从数学认知结构中提取与本节课相关的已有知识作为本节课的基础是正确的必须的;“概念生成”或“概念发展”均是以学生已有知识为基础进行螺旋向上生成新的数学知识和发展数学能力;“例题讲解”及“习题巩固”和“问题应用”相似,都是运用知识解决数学问题,并通过解决数学问题深化对数学概念的理解;“学生汇报”和“总结”基本相同,都是对整个教学过程的反思和提升,包括概念形成过程的总结和数学思想方法的提升。有所区别的是,纽约教育委员会发布的教学设计凸显了教师主导下的学生积极参与活动的教学过程,正逐渐过渡为学生主动活动的教学过程,而我国主要是教师主导教学过程,这点看似区别很小,但对学生数学学习却产生了决定性的影响。

## 3、教学过程活动化

活动是学生的天性,也是发展学生天性的土壤,学生的天性在活动中生发。纽约教育委员会发布的教学设计以活动为主线展开,以活动为载体,在学生活动中复习已有知识、熟练已有技能、直观经历新知识的生成、表征新知识和应用新知识等。在教学设计中,设计者不但重视活动的重要性,而且重视活动的趣味性和挑战性。趣味性和挑战性能激发和维持学生在活动中的动力与动机,从而使学生的智力得到深度参与。教学设计中采用的活动都是学生熟悉的,能够激发学生参与兴趣。例如《10的组合》的第一个活动是“快乐数数”,第二个活动是“把10分为两部分”,第三个活动是“冲刺”,第四个活动是“拼图”,第五个活动是“问题应用”,第七个活动是“学生汇报”。每个活动开始都是从教师主导逐渐过渡为学生合作活动。

教学设计不但重视活动,而且对活动的意义给出心理学解释,从心理学角度阐述该活动对学生学习的影响。在“快乐数数”活动中,教师让学生数手指头,并不断改变数数的方向,从小到大,

从大到小,增强数数活动的趣味性,吸引学生的注意力,实现学生复习旧知,强化10以内自然数在学生认知结构中的流畅性。教学设计者对这个活动的意义阐述为“有力的手部动作,使学生的计数清晰明快。一旦学生掌握了窍门,通过跳跃计数或在较高数字开始计数使得数数更具挑战性。此外,快乐数数,不是快乐嘴巴,所以要阻止到嘴答案的冲动。学生需要做事情,所以,他们必须看你的手指头。”因此学生要完成活动的任务,不但眼睛要看着教师的手指头,而且数学思维要与所看到的保持一致,从而把学生的注意力深深吸引到教师的手指头上来。

#### 4、教学过程数学化

从美国现代数学教育改革历程看,改革反对者批评数学教育改革的中心就是课堂教学把大量时间放在合作学习上,忽视学生基本知识和基本技能的培养。根据纽约教育委员会发布的教学设计,改革反对者的批评在教学设计中得到体现。整个教学过程以数学为基础开展数学活动,不断地由已知到未知,由直观到抽象,由实物直观到抽象直观,由散乱到关系,由活动到概念,由概念到应用,通过数学活动深化数学知识的发展和数学理解。

在《10的组合》中,整个教学过程都是以课题“10的组合”为中心,在“快乐数数”活动中,活动的中心是把10以内自然数的顺序流畅化,实现10以内自然数向上或向下数数无障碍。“快乐数数”的后半段是双人合作数数,一个学生充当教师,不断变换手指头的数量,另一个学生不断按照出示的手指头数数,这不但让数数的学生继续把10以内的自然数自动化,而且通过不断变换手指头的数量促进充当教师角色的那个学生进行数学思考。在“把10分为两部分”中,教师让学生把10跟小棒按照教师的要求分成两部分,一部分藏起来,说出另一部分的数字,向学生渗透10以内加减法及其整体与部分的数学思想,在“把10分成两部分”的中间环节教师继续让两个学生组成搭档,重复刚才的活动,最后,由学生通过直观图把10和表征两部分小棒的数字结合起来,找到它们之间的关系。在“概念发展”活动中,教师用10格图的组合形式引导学生建构10以内加减法的数学概念及规则。在“应用问题”活动中,学生把刚刚建构的10以内加减法的数学概念及规则应

用于问题,在解决问题过程中深化对概念的理解,把运算规则流畅化自动化。

#### 5、数学知识应用化

数学主要有三大教育功能,一是培养思维,二是培养应用意识,三是美育。而培养应用意识一直是美国数学教育重视的焦点,从纽约教育委员会发布的教学设计看,每节课都有一定量的数学应用的问题,这些应用问题都与学生的生活息息相关,学生不会因为不熟悉情境而不会解题,通过应用问题深化学生对数学概念和规则的理解。教学设计的第三阶段是“应用问题”,以此渗透数学应用的意识。

《10的组合》的“应用问题”的第一个过程是信封装账单问题:收银员把10个账单放进一个信封,她在下面的情况下还需要放入多少账单?  
a. 一个信封有9个账单; b. 一个信封有5个账单; c. 一个信封有1个账单; d. 找出信封有可能放入账单的其他数目,并告诉我收银员还要放入多少账单才能凑够10个账单?在这个应用问题中,前三个小问题是具体的,旨在考察学生运用10以内加减法的能力,第四个问题在前三个问题的基础上具有一定的开放性,能激发学生想象,培养学生灵活思考的能力。“应用问题”的第二个过程是“问题集”,在学生解决“问题集”之前,设计者们对“问题集”的解题要求是这样的:“学生应该尽他们最大努力在10分钟内完成问题集,有些问题不指定一种解法,这是一个故意减少调用脚手架MP.5(《州共同核心数学标准》中数学实践标准(简称MP)的第5条):策略性地使用恰当的工具。学生应该使用读画写的方法解决这些应用问题。”在“问题集”中,有这样两个应用问题,问题1:“吉姆在银行有6美元,他在公园的长椅上发现了一些钱,并把它放进银行里,他现在有10美元。他发现了多少钱?”问题2:“娜塔莎在生日上收到了一些钱。她花了7美元买弓,花3美元买发夹,如果她用完了所有的钱,娜塔莎收到了多少钱?用文字、数学图或数字解决这个问题”。

从“应用问题”的设计过程看,美国不但关注学生数学应用意识的培养,同样关注学生对数学表征策略选择的培养。比如在问题2中,要求学生可以用文字表征问题解答过程,可以用数学图的形式表征问题解答过程,还可以用数学表达式表征问题解答过程,这对培养学生数学多维表征

能力起到积极促进作用,培养学生策略性使用恰当工具的能力。

#### 6、教师主导教学过程

从纽约教育委员会发布的教学设计看,教师是教学过程的主导者,教师掌控着整节课的话语权,学生的数学学习思维方向、学生的数学学习活动、学生的问题解决过程都是在教师的指导下完成的。例如在“快乐数数”活动中,教师的主导话语为“我们将要玩一个快乐数数的游戏!看我的手才能知道向上或向下数,手合上表示停止(解释时出示动作);让我们数数,从0开始,准备好了?(教师有节奏地弯曲手指,直到需要改变,显示一个封闭的手,然后点下去,继续,混合起来);……好极了,与你的搭档尝试30秒,搭档A,今天你是教师。”在“把10分为两部分”的教学过程中,教师话语权表现为“现在我们来做把10分为两部分的游戏:给我看你的10根小棒(学生出示),把它们藏在你的背后;我将说出一部分的多少,把我说出的一部分放在一起,然后不准偷看,看你是否知道另一部分是多少;准备好了?拆分2,不准偷看,告诉我另一部分是多少?(给信号);看看你手上的那一部分是否正确;你手上拿了那两部分分别是多少?一起是多少?和你的搭档讨论这个游戏与你们1年级的游戏有什么相同或不同之处;告诉你的搭档,哪些模式或策略帮助你在不能偷看有多少剩下时找到其他的部分。”在“概念发展”和“学生汇报”阶段,教师依然主导着教学过程。

#### 7、重视学生数学实践经历的表征

数学实践在CCSSM占有绝对重要的地位,CCSSM把数学实践分为8条:<sup>[1][6]</sup>(1)理解问题并坚持不懈地解决问题;(2)推理抽象与数量化;(3)构建可行的论断,质疑他人的推理;(4)数学模型;(5)策略地使用恰当的工具;(6)注意精确性;(7)探求并利用结构;(8)在重复的推理中,探求并表达规律。CCSSM之所以重视数学实践,关键在于数学实践对学生数学学习的促进功能,数学实践是学生学习数学的载体,学生通过数学实践深化对数学概念的建构和理解,掌握数学研究的一般方法,体验数学应用意识,发展抽象概括能力等。在纽约教育委员会发布的教学设计均以数学实践为载体,并引导学生表征数学实践经历,使具有浓厚个人色彩的只可意会不可言传的经历语

言化,把缄默知识表征为显性知识,经表征的数学实践经验就可以与学生分享交流,重要的是经表征的数学实践经验和相应的数学知识就被压缩和打包成具有弹性特征和迁移效果的数学图式,对实践经历表征的本质是一种创造。

CCSSM标准下的教学设计自然注重数学实践的表征,《10的组合》中有多处教师引导学生表征其数学实践经历,例如在“把10分为两部分”活动后,教师引导学生表征他们在该活动中的经历:和你的搭档讨论这个游戏与你们1年级的游戏有什么相同或不同之处;你是如何知道1年级的游戏帮助了今天的游戏;告诉你的搭档,哪些模式或策略帮助你在不能偷看有多少剩下时找到其他的部分。“学生汇报”目的是学生表征整节课的数学实践经历,教学设计者对这个阶段的理论阐述为“学生汇报的目的是让他们反映和积极整理整节课的经验。让学生复习他们问题集的解决方法,他们应该在向全班汇报之前与搭档检查和比较答案,可以在汇报中寻找误解和误会,引导学生汇报问题集和处理经验。”教学设计提供了一些供教师选择使用任何组合的问题引领学生讨论:比较信封问题和涂指甲问题,他们之间有什么不同?(拿出10格卡片),你认为为什么我今天会选择使用10格卡?这个在第五个颜色改变是如何帮助我们学习10的组合的?如果改为10格图,10格图是如何显示5的?第一个信封问题是如何帮助你解决第二个问题的?6+4是如何帮助你解决26+4的?

## 二、思考与启示

自从数学课程改革以来,我国小学数学教学也发生了很大变化,例如,注重数学应用意识和应用能力的培养,注重数学活动的组织,注重知识的发生发展过程等,但是纽约CCSSM背景下的小学数学教学设计依然有值得我们思考和借鉴的地方。

### 1、对教学设计给出相应数学学习心理的阐释

教学设计是教师根据数学课程标准、数学教材和学生已有数学基础为教学而做的预设,预设的教学设计是否具有恰切性成为影响教学过程质量的决定因素之一,唯有对教学设计各个环节的教学活动的数学本质和学生学习心理有充分的认识,并对教学设计各个环节的教学活动给出相应

的数学学习心理的阐释,方能反映教学设计从预设角度具有教学的适切性,纽约 CCSSM 背景下的小学数学教学设计体现了这一特色。在每个教学活动之前,都会用一定篇幅的解释来阐明接下来的教学活动如何承上启下、因何设计接下来的教学活动。这不但使得教学设计具有相应的预设基础,而且能够让教学设计的使用者充分理解教学设计者的意图,从而使教师能够更好地贯彻 CCSSM 的精神实质。

反观我国的数学教学设计或教案,往往都是在各个教学环节或教学活动之后给出“设计意图”,简单说明这个教学环节或教学活动的意义,很少有从数学本质和学生数学学习心理的深处阐释设计该教学环节或教学活动的意义,更鲜有对接下来教学环节或教学活动给出承上启下的探讨,使接下来的教学活动具有坚实的基础,表现出各个教学活动之间是割裂的、独立的,甚至有些是为了活动而活动、为了情境而情境。因此,我国的数学教学设计若能从数学本质和数学学习心理的角度对接下来的教学环节或教学活动给出承上启下的阐释,而不是在各个教学环节或教学活动之后给出简单的“设计意图”,不但能促进教学设计者思考设计该教学环节或教学活动的新课标精神,还能促进教学设计的使用者充分理解并更好地贯彻新课标的理念,纽约 CCSSM 背景下的小学数学教学设计不失为恰当的参考形式。

## 2、数学实践标准内涵具体化以便渗透于教学

纽约小学数学教学设计有效融入 CCSSM 中的数学实践标准内涵,数学实践标准的内涵分为 8 条,分别阐释各年级学生都需要发展的各种数学专业知识和实践能力,数学实践标准内涵具体化的结果是促进教师理解数学实践的内涵,更好地把数学实践标准渗透在数学教学过程中。例如,数学实践标准 1 (MP.1 理解问题并坚持不懈地解决问题)的内涵是“在二年级,学生认识到做数学涉及数学推理和问题解决。学生向自己解释问题的意义并寻找解决它们的方法。学生可能使用具体的实物或图帮助自己概念化和解决问题。学生可能通过提问‘这有意义吗?’检查自己的思维。学生猜想一个解决方案并规划出一个解决的办法。”数学实践标准 3 (构建可行的论断,质疑他人的推理)的内涵是“二年级的学生可能使用具体的参照物建构论据,诸如实物、画、数学画图

和行动。学生通过参与讨论诸如以下问题‘你是如何得到这些的’、‘解释你的思考’、‘为什么是对的?’等来实践自己的数学交流能力。学生不但解释自己的思考,而且倾听其他同学的解释。全班同学决定这些解释是否合情合理,并根据该解释提出合适的质疑。”

史宁中先生提出的“四基”<sup>[7]</sup>(基础知识、基本技能、基本数学思想和基本数学活动经验)中的“基本数学思想和基本数学活动经验”与 CCSSM 的数学实践标准的本质相似,不同在于史宁中先生从数学本质的角度把数学实践的本质诠释得更加明确,这与史宁中先生作为数学家长期从事数学研究的经历是分不开的。此外,王新民等认为“基本数学活动经验”由“归纳活动经验”和“演绎活动经验”构成。<sup>[8]</sup>这些都是从数学的角度研究分析数学活动经验的,但是,我国数学教育研究者还没有研究各年级学生数学活动经验的具体内容,而纽约小学数学教学设计融入的数学实践的内涵更倾向于实践活动的视角。若能把美国对数学实践内涵的诠释及融入教学设计与我国的“基本数学活动经验”结合起来,应用于我国的中小学数学课堂教学,不失为一个切实可行的方法。

## 3、注重数学学习中渗透探究活动

在数学合作或探究教学中,有如下两种组织方式:一是在合作或探究教学中渗透数学概念和数学技能;二是在数学概念和数学技能教学过程中渗透合作和探究。在合作或探究教学中渗透数学概念和数学技能与在数学概念和数学技能教学过程中渗透合作和探究表现出来的教学特征是不同的。在合作或探究教学中渗透数学概念和数学技能以合作和探究为主,虽然渗透数学概念和数学技能,但由于以合作和探究为主要要素,数学概念为次要要素,因此这类教学过程表现出一般合作或探究意义的特征。尽管如此,由于淡化数学要素地位的探究缺乏探究的载体,导致学生探究目标的缺失,造成没有目标的探究,学生不但没有获得合作与探究教学的体验,更没有学到数学概念和数学技能。在数学概念和数学技能教学过程中渗透合作和探究是以数学概念和数学技能为主,在数学概念和技能的教过程中渗透合作与探究,这种教学过程表现出数学的基本特征。由于数学学习的基本特征是独立思考,在这种教学过程中渗透合作与探究无疑能够保证学生独立思

考基础上的合作与探究,学生不但能够学得数学概念和数学技能,还能获得合作与探究的经历。纽约教育委员会发布的教学设计选择了后者,即在数学学习中渗透数学活动。在数学学习中渗透活动可以激发学生探索数学的兴趣,让学生直观感受数学的生活特点,这有助于学生从实物直观或生活直观感受数学,为学生进一步建构形式化的数学奠定基础。同时,这也为我们设计教学提供了思考方向。

#### 参考文献:

- [1] NGA, CCSSO. Common Core State Standards for Mathematics [EB/OL]. <http://www.corestandards.org/Math>
- [2] 杨光富. 美国首部全国《州共同核心课程标准》解读[J]. 课程·教材·教法, 2011, (3): 105.
- [3] 曹一鸣. 美国统一州核心课程标准高中数学部分述评[J]. 数学教育学报, 2010, 10(5): 8-11.
- [4] 廖运章. 述评美国高中数学焦点[J]. 数学教育学报, 2013, 2(1): 61-65.
- [5] New York State Common Core Mathematics Curriculum, Foundations for Addition and Subtraction Within10 [EB/OL]. <http://www.syracusecityschools.com/tfiles/folder739/Pages%20from%20math-g2-m1-topicA.pdf>
- [6] 廖运章. 美国《州共同核心数学标准》的内容与特色[J]. 数学教育学报, 2012, 21(4): 68-72.
- [7] 2006-2007 数学教育高级研讨班纪要[J]. 数学教育学报, 2007, 16(3): 99-102.
- [8] 王新民. 数学“四基”中“基本活动经验”的认识与思考[J]. 数学教育学报, 2008, 6(3): 17-20.

## Characteristics and Inspirations of Primary Mathematics Instructional Design under CCSSM Backdrop in New York

SHEN Wei LU Jianchuan CAO Guangfu

**Abstract:** The Common Core State Standards for Mathematics was released in June, 2010 by the National Governors Association Center for Best Practices (NGA Center) and the Council of Chief State School Officers (CCSSO). At present, the Board of Education of each state in US takes CCSSM as standard for developing a corresponding mathematics teaching material to guide mathematics teaching. The Board of Education in New York City released Primary Mathematics Teaching designed with certain characteristics: the development of instructional design should strictly be based on the standard CCSSM; structured teaching process; activities of the teaching process; mathematical teaching process; application of mathematical knowledge; teacher-led teaching process; emphasis on students mathematical representation of practical experience. These characteristics have important implications for the reform of mathematics teaching in China.

**Keywords:** New York; CCSSM; Primary Mathematics Instructional Design